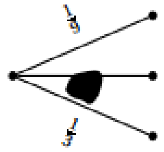
**EXERCICE 1** **4 points**

*Pour chacune des quatre questions suivantes, plusieurs propositions de réponse sont faites. Une seule des propositions est exacte. Aucune justification n'est attendue. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou une absence de réponse rapporte 0 point. Reporter sur votre copie le numéro de la question et donner la bonne réponse.*

**1.** L'arbre ci-dessous est un arbre de probabilité.



La probabilité manquante sous la tache est :

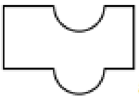
**a.** $\frac{7}{9}$ **b.** $\frac{5}{12}$ **c.** $\frac{5}{9}$

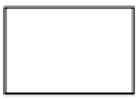
**2.** Dans une salle, il y a des tables à 3 pieds et à 4 pieds. Léa compte avec les yeux bandés 169 pieds. Son frère lui indique qu'il y a 34 tables à 4 pieds. Sans enlever son bandeau, elle parvient à donner le nombre de tables à 3 pieds qui est de :

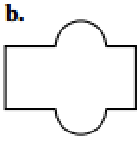
**a.** 135 **b.** 11 **c.** 166

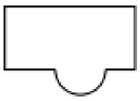
**3.** 90 % du volume d'un iceberg est situé sous la surface de l'eau.
La hauteur totale d'un iceberg dont la partie visible est 35 m est d'environ :

**a.** 350 m **b.** 3 500 m **c.** 31,5 m

**4.**  a le même périmètre que :

**a.** 

**b.** 

**c.** 

1. La somme des probabilités est de 1 donc
$\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+?=1$
$?=\frac{9}{9}-\frac{1}{9}-\frac{3}{9}=\frac{5}{9}$ donc **réponse c**

2. 34×4= 136 il y a 136 pieds aux tables de 4 pieds il reste 169 – 136 =33 pieds pour les tables à trois pieds. Il y a donc 33/3 soit 11 tables à 3 pieds.
**réponse b**

3. 35m correspond à 10%.

| Visible (m) | 10 | 35 |
|---|---|---|
| Total (m) | 100 | |

Hauteur totale= $\frac{100\times35}{10}$=350m donc **réponse a**

4. **Réponse b**

**EXERCICE 2** **4 points**

Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets.
Il a des billets de 5 € et des billets de 10 € pour une somme totale de 125 €.

Combien de billets de chaque sorte possède-t-il ?

**Si le travail n'est pas terminé, laisse tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.**

**Choix des inconnues :** x : nombres de billets à 5€

y : nombre de billets à 10€

**Mise en équations :** il y a 21 billets : x+y = 21

Il possède 125€ : 5x +10y = 125

**Résolution du système :**

$$\begin{cases} x+y=21 \\ 5x+10y=125 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x-5y=-105 \\ 5x+10y=125 \end{cases}$$

On multiplie chaque membre de la première égalité par $-5$

$$\begin{cases} 5y=20 \\ x+y=21 \end{cases}$$

On additionne membre à membre les deux égalités, et on garde une des deux égalités du départ

$$\begin{cases} \frac{5y}{5}=\frac{20}{5}=4 \\ x+y=21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4 \\ x+4=21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4 \\ x+4-4=21-4 \end{cases}, \text{ c'est-à-dire } \begin{cases} y=4 \\ x=17 \end{cases}$$

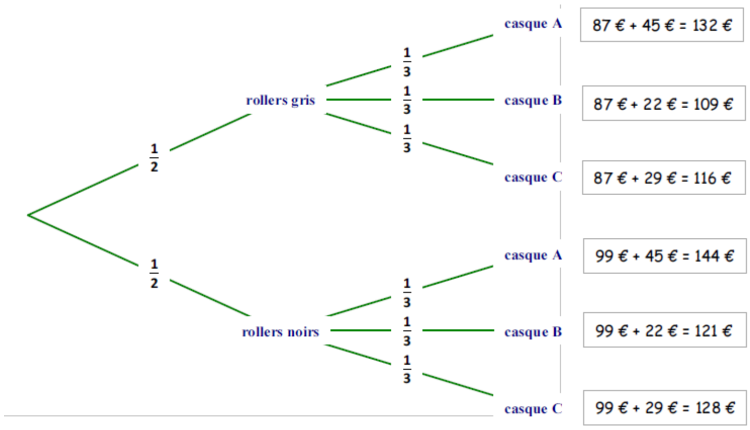
Arthur possède 17 billets à 5€ et 4 billets à 10€.

**Exercice 3** **6 points**

Caroline souhaite s'équiper pour faire du roller.
Elle a le choix entre une paire de rollers gris à 87 € ? et une paire de rollers noirs à 99 €.
Elle doit aussi acheter un casque et hésite entre trois modèles qui coûtent respectivement 45 €, 22 € et 29 €.

1. Si elle choisit son équipement (un casque et une paire de rollers) au hasard, quelle est la probabilité pour que l'ensemble lui coûte moins de 130 € ?
2. Elle s'aperçoit qu'en achetant la paire de rollers noirs et le casque à 45 €, elle bénéficie d'une réduction de 20 % sur l'ensemble.
   a. Calculer le prix en euros et centimes de cet ensemble après réduction.
   b. Cela modifie-t-il la probabilité obtenue à la question 1 ? Justifier la réponse.

1. On réalise l'arbre des possibles :




Il y a 4 cas sur 6 que l'ensemble ne dépasse pas 130€ donc la probabilité est de : $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

2. a) Elle bénéficie de 20% de réduction pour un achat de 144€.

| | | |
|---|---|---|
| réduction | 20 | |
| prix | 100 | 144 |

La réduction est donc de $\frac{144 \times 20}{100}$ =28,80. Le prix payé est donc de 115,20 € (144 – 28,80 = 115,20)

b) La probabilité de la question est modifiée car maintenant il y a 5 cas favorables donc elle devient : $\frac{5}{6}$.

**Exercice 4** **5 points**

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amendes.

1. Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse.
2. a. Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ?
   b. Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ?

1. Il ne peut pas faire 76 sachets car 76 n'est pas un diviseur de 1045.
2. a) Comme il veut répartir la totalité des dragées de chaque sorte dans des sachets, il faut chercher les diviseurs communs de 760 et 1 045. De plus, il souhaite le maximum de sachets ; on va donc chercher le PGCD des nombres760 et 1 045. D'après l'algorithme d'Euclide :

| *a* | *b* | reste | division euclidienne |
|---|---|---|---|
| 1 045 | 760 | 285 | 1 045 = 1 × 760 + 285 |
| 760 | 285 | 190 | 760 = 2 × 285 + 190 |
| 285 | 190 | 95 | 285 = 1 × 190 + 95 |
| 190 | 95 | 0 | 190 = 2 × 95 + 0 |

Le PGCD de 1 045 et 760 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 95. Flavien pourra donc réaliser au maximum 95 sachets.

b) $\frac{1045}{95} = 11$ et $\frac{760}{95}$ =8 Il pourra donc mettre 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes dans chaque sachet.

**Exercice 5** **4 points**

Tom doit calculer $3,5^2$.
« Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante : $(n+0,5)^2 = n(n+1)+0,25$
   $n$ est un nombre entier positif.
   Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre $n$)

1. $3 \times 4 + 0,25$= 12,25 et $3,5^2$ = 12,25. Donc Julie a raison.

2. Calculer le produit de 7 par 8 et ajouter 0,25, on obtient : 56,25.

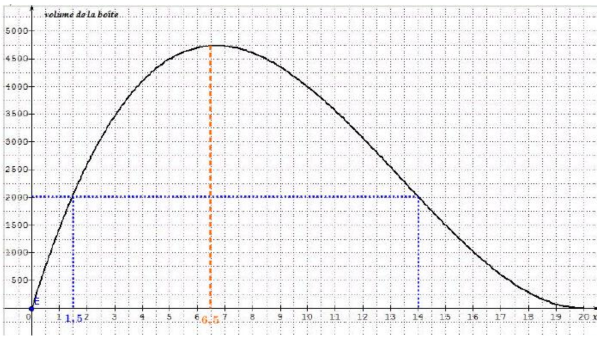
3. $(n+0,5)^2 = n^2 + 2 \times n \times 0,5 + 0,5^2$

$= n^2 + n + 0,25$
$= n(n+1) + 0,25$ l'égalité est démontrée.

**EXERCICE 6** **4 points**

On dispose d'un carré de métal de 40cm de côté. Pour fabriquer une boîte parallélépipédique, on enlève à chaque coin un carré de côté $x$ et on relève les bords par pliage.

1. Quelles sont les valeurs possibles de x ?
2. On donne $x = 5$ cm. Calculez le volume de la boîte.
3. Le graphique suivant donne le volume de la boîte en fonction de la longueur $x$. *On répondra aux questions à l'aide du graphique.*
   a. Pour quelle valeur de $x$, le volume de la boîte est-il maximum ?
   b. On souhaite que le volume de la boîte soit 2 000 $cm^3$.
   Quelles sont les valeurs possibles de $x$ ?



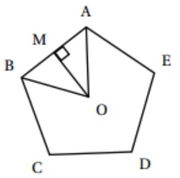

1. Les valeurs de x possibles sont comprises entre 0 et 20 (0 et 20 exclus).

2. x= 5 cm
$V_{\text{boîte}}$=longueur × largeur × hauteur
Or longueur = largeur = 40 − 5 − 5 = 30 cm et hauteur=5 cm.
D'où 30 × 30 × 5 = 4 500 .
Par conséquent, lorsque x = 5 cm, le volume de la boîte est égal à 4 500 $cm^3$ .

3. a) Le volume de la boîte est maximum lorsque x est environ égal à 6,5 cm.
b) Le volume de la boîte est égal à 2 000 cm3 lorsque x est égal à 1,5 cm ou à 14 cm.

**EXERCICE 7** **5 points**

Le Pentagone est un bâtiment hébergeant le ministère de la défense des Etats-Unis.
Il a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon OA= 238 m.
Il est représenté par le schéma ci-contre.




1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$.
2. La hauteur issue de O dans le triangle AOB coupe le côté [AB] au point M.
   a. Justifier que (OM) est aussi la bissectrice de $\widehat{AOB}$ et la médiatrice de [AB].
   b. Prouver que [AM] mesure environ 140 m.
   c. En déduire une valeur approchée du périmètre du Pentagone.

1. Comme le bâtiment a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de centre O, et comme A et B sont deux sommets consécutifs de ce pentagone, alors $AOB = \frac{360}{5} = 72°$.

2. a) Comme [OA] et [OB] sont des rayons du cercle, alors le triangle AOB est isocèle en O.
Or dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal, la hauteur issue du sommet principal, la médiatrice du segment opposé au sommet principal et la bissectrice issue du sommet principal sont toutes confondues.
Donc (OM) est aussi la bissectrice de l'angle $AOB$ et la médiatrice de [AB].

b) Dans le triangle AOM rectangle en M :
- [AM] est le côté opposé à _AOM

- [AO] est l'hypoténuse

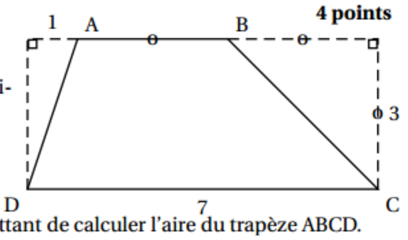
Alors sin $AOM = \frac{AM}{AO}$

Comme (OM) est la bissectrice de l'angle $AOB$ , comme $AOB$ =72° alors $AOM$ =36°
Par suite, AM= 238 × sin(36°) ≈ 140 m.

c) Comme (OM) est la médiatrice de [AB], alors M est le milieu de [AB].
D'où AB = 2 × AM = 2 ×140 = 280 m.
Comme un pentagone régulier a 5 côtés de même longueur, alors le périmètre du Pentagone est égal à environ 280 × 5 = 1 400 mètres.

**Exercice 8** **4 points**

Les longueurs sont données en centimètres.
ABCD est un trapèze.

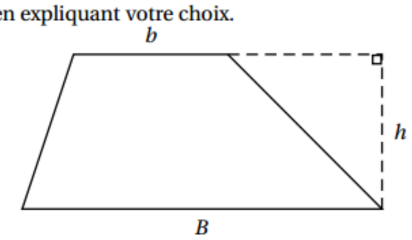



1. **a.** Donner une méthode permettant de calculer l'aire du trapèze ABCD.

   **b.** Calculer l'aire de ABCD.

2. **Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.**

   L'aire d'un trapèze $A$ est donnée par l'une des formules suivantes. Retrouver la formule juste en expliquant votre choix.




$A = \dfrac{(b.B)h}{2}$ $\qquad A = \dfrac{(b+B)h}{2}$ $\qquad A = 2(b+B)h$

1. a. L'aire de ce trapèze est égale à l'aire du grand rectangle à laquelle on retranche les aires des deux triangles rectangles.

b. $\text{Aire}_{\text{trapèze}} = \text{Aire}_{\text{rectangle}} - \text{Aire}_{\text{triangle 1}} - \text{Aire}_{\text{triangle 2}}$

$= 7\times3 - \dfrac{1\times3}{2} - \dfrac{3\times3}{2}$

$= 21 - 1{,}5 - 4{,}5$

$= 15 \text{ cm}^2$

2. On remplace $b$ par 3, $B$ par 7 et $h$ par 3 dans chacune des expressions, et on compare les résultats obtenus à celui trouvé dans la question 1) b).

$$\frac{(b\times B)\times h}{2} = \frac{3\times7\times3}{2} = 31{,}5 \neq 15$$

$$\frac{(b+B)\times h}{2} = \frac{(3+7)\times3}{2} = \frac{10\times3}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$2(b+B)\times h = 2\times(3+7)\times3 = 6\times10 = 60 \neq 15$$

Donc **la bonne formule est** $\mathcal{A} = \dfrac{(b+B)h}{2}$.

<u>Autre méthode</u> : on découpe le trapèze de la façon suivante :

L'aire du trapèze est donc égale à la somme des aires des triangles ABC et ABD.

Or $aire(\text{ABC}) = \dfrac{base\times hauteur}{2} = \dfrac{b\times h}{2}$ et $aire(\text{ABD}) = \dfrac{base\times hauteur}{2} = \dfrac{B\times h}{2}$.

D'où : $aire(\text{ABCD}) = \dfrac{b\times h}{2} + \dfrac{B\times h}{2} = \dfrac{b\times\boxed{h} + B\times\boxed{h}}{2} = \dfrac{(b+B)\times\boxed{h}}{2} = \dfrac{(b+B)h}{2}$.